

Penerapan Graf untuk Menentukan Grup UEFA Champions League dalam Format Lama dengan Pendekatan Algoritma Welsh-Powell

Gede Pranajayanta Suputra - 13525099

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung

E-mail: gpranasuputra@gmail.com, 13525099@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Makalah ini menjelaskan aplikasi pewarnaan graf untuk menghasilkan pembagian grup pada fase grup UEFA Champions League format lama. Dengan merepresentasikan klub sebagai simpul dan persamaan *pot* kekuatan atau asal negara sebagai sisi graf, makalah ini meneliti pengundian delapan grup secara tepat dan lebih cepat. Algoritma Welsh-Powell diterapkan untuk mewarnai graf yang terbentuk dari 32 klub peserta dengan mempertimbangkan dua batasan utama, yaitu klub dari *pot* kekuatan yang sama dan klub dari negara yang sama tidak diperbolehkan berada dalam satu grup. Algoritma ini bekerja dengan mengurutkan seluruh simpul berdasarkan derajat secara menurun, kemudian mewarnai setiap simpul dengan warna yang belum digunakan oleh simpul-simpul tetangganya. Hasil penerapan algoritma menunjukkan bahwa 32 klub dapat dibagi menjadi delapan grup yang masing-masing beranggotakan empat klub dari *pot* yang berbeda tanpa melanggar batasan yang ditetapkan. Dengan demikian, pendekatan pewarnaan graf menggunakan Algoritma Welsh-Powell terbukti dapat digunakan sebagai alternatif sistematis dalam menentukan pembagian grup pada fase grup UEFA Champions League format lama.

Kata kunci— graf, welsh-powell, bilangan kromatik, sepak bola, grup.

I. PENDAHULUAN

Sepak bola merupakan olahraga yang paling banyak digemari di seluruh dunia. Dengan miliaran penggemar yang tersebar di berbagai penjuru dunia, sepak bola tidak hanya menjadi sebuah olahraga, tetapi juga sebuah industri hiburan yang terus berkembang. Di tingkat klub, kompetisi antarklub diselenggarakan untuk mempertemukan klub-klub terbaik dalam suatu negara maupun antarnegara. Di Eropa, UEFA Champions League hadir sebagai kompetisi antarklub paling bergengsi yang mempertemukan klub-klub terbaik dari seluruh penjuru benua Eropa. Sejak diperkenalkan pada tahun 1992, UEFA Champions League telah menjadi tolok ukur kejayaan suatu klub sepak bola di tingkat Eropa. Kompetisi ini tidak hanya menjadi ajang pembuktian kualitas klub, tetapi juga menjadi panggung bagi para pemain terbaik dunia untuk bersaing di level tertinggi.

Dalam, UEFA Champions League, terdapat beberapa format kompetisi yang pernah dipakai. Salah satu format kompetisi yang paling terkenal dan paling lama digunakan adalah format kompetisi tahun 2002/03 – 2023/24. Pada format ini, terdapat 32 tim yang lolos pada babak grup. Semua tim akan dibagi menjadi delapan grup berdasarkan kekuatan dan negara yang berbeda. Grup ini diundi dengan pengambilan nama klub secara manual pada sebuah mangkok undian. Pada babak ini, setiap tim akan melangsungkan 6 pertandingan melawan 3 tim lainnya dalam satu grup (3 pertandingan kandang dan 3 pertandingan tandang). Empat tim dalam satu grup akan memperebutkan dua posisi tertinggi untuk mendapatkan posisi pada sistem gugur. Tetapi, pada 2024, UEFA memperkenalkan format baru yang menambah jumlah tim yang berpartisipasi dari 32 tim menjadi 36 tim serta menghilangkan delapan grup pada fase grup.

Sistem pembagian grup format lama juga mempertimbangkan batasan-batasan tim yang boleh berada pada grup yang sama, yaitu *pot* kekuatan tim dan negara asal yang berbeda. Dengan batasan yang ada, pembagian grup tidak hanya mengacak 32 tim ke dalam delapan grup yang berbeda. Setiap grup harus memiliki pembagian kekuasaan yang merata (*pot* satu sampai *pot* empat) dan berasal dari negara yang berbeda.

Untuk mendapatkan susunan delapan grup, UEFA perlu melakukan pengundian secara manual dengan menggunakan mangkok kaca. Biasanya pengundian ini dapat memakan waktu hingga 3 jam. Selain itu tidak jarang juga ada indikasi kecurangan yang dilakukan untuk menempatkan klub tertentu dengan lawan tertentu.

Secara teoritis, terdapat pembagian 1 tim dari negara dan *pot* yang berbeda dapat dikaitkan dengan ketetanggaan dua simpul dalam graf. Dalam teori graf, terdapat Algoritma Welsh-Powell yang menghadirkan cara untuk mewarnai graf dengan warna yang berbeda pada graf-graf yang bertetangga dengan graf tersebut. Dengan batasan yang ada dalam pembagian tim pada fase grup UEFA Champions League, seluruh 32 tim dapat mendapatkan grup yang berasal dari negara yang berbeda serta *pot* kekuatan yang berbeda.



Gambar 1.1 Pembagian *pot* UEFA Champions League 2023

(Sumber : marca.com)

II. LANDASAN TEORI

A. Pembagian Grup Format Lama

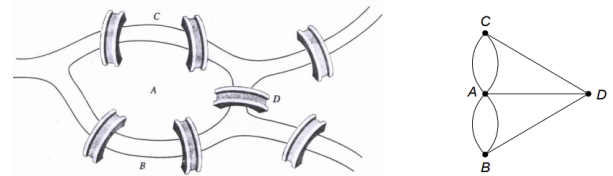
Pada format lama, terdapat sebanyak 32 tim yang lolos ke babak penyisihan grup. Tim-tim ini telah dipetakan berdasarkan kekuatan tim tersebut menjadi 4 jenis (*pot*). *Pot* 1 ditempati oleh juara UEFA Champions League sebelumnya, juara UEFA Europa League, dan klub juara 6 liga top eropa (tujuh atau delapan liga top eropa jika pemenang UEFA Champions League atau UEFA Champions League sebelumnya juga merupakan juara liga). Sementara itu *pot* lainnya diisi oleh juara-juara liga eropa lainnya, dan klub selain juara liga top eropa dengan jumlah untuk yang telah ditentukan setiap liga. Maka dari itu, *pot* merupakan suatu pemetaan kekuatan. Setiap grup telah ditentukan untuk diisi oleh klub dari *pot* satu sampai *pot* empat untuk memastikan ketersebaran kekuatan klub.

Sementara itu, Terdapat aturan untuk menentukan klub yang dapat lolos dalam babak penyisihan UEFA Champions league. Jumlah yang lolos pada setiap negara ditentukan oleh performa negara tersebut dalam beberapa tahun terakhir

B. Graf

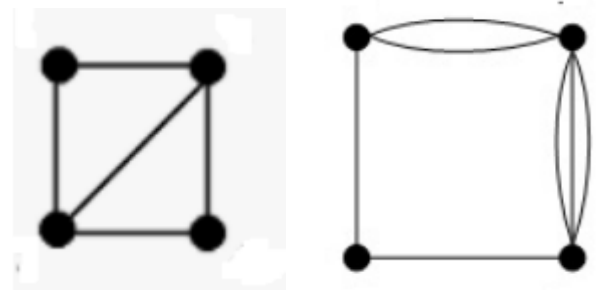
Graf merupakan sebuah struktur diskrit yang terdiri dari sebuah simpul dan sisi yang menghubungkan simpul. Graf memberikan visualisasi hubungan pada suatu hal atau benda sehingga suatu informasi bisa didapatkan dari penggambaran graf. Graf biasa digunakan untuk menyatakan hubungan jaringan komputer, hubungan tempat, dan hubungan seseorang.

Sebuah graf $G = (V, E)$ terdiri dari V , yaitu sebuah himpunan simpul tidak kosong dan E , yaitu sebuah himpunan sisi. V dituliskan sebagai $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n merupakan indeks dari simpul. Sementara itu sisi dituliskan sebagai $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, dengan n sebagai indeks dari sisi. Pada sebuah sisi, terdapat satu atau dua simpul yang terkait secara langsung sebagai titik ujung sisi tersebut. Sebuah sisi menghubungkan titik-titik ujungnya (simpul).



Gambar 2.1 Kiri: Jembatan Königsberg; Kanan: graf persoalan jembatan Königsberg
(Sumber : informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir)

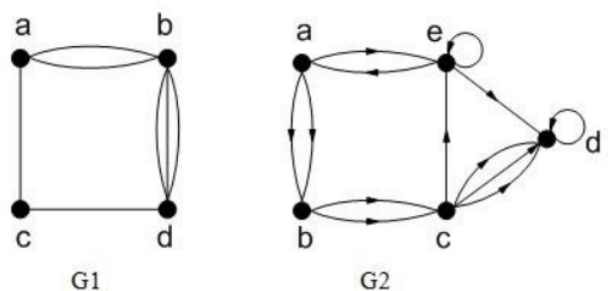
Terdapat beberapa pengelompokan graf. Berdasarkan adanya sisi gelang, graf dibagi menjadi 2 macam, yaitu graf sederhana (*simple graph*) dan graf tak-sederhana (*unsimple graph*). Kedua graf ini dibedakan berdasarkan keberadaan sisi ganda atau gelang pada graf tersebut. Gelang adalah kondisi graf dengan suatu sisi yang bersisian dengan satu simpul yang sama. Pada graf sederhana, graf memiliki tidak memiliki gelang sementara pada graf tak-sederhana, graf memiliki gelang.



Gambar 2.2 Kiri: graf sederhana; Kanan: graf tak-sederhana

(Sumber : informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir)

Berdasarkan orientasi pada sisi, graf dibedakan menjadi 2 jenis, yaitu graf tak-berarah (*undirected graph*) dan graf berarah (*directed graph*). Pada graf berarah terdapat panah yang menunjukkan sisi yang keluar dari suatu simpul dan sisi yang masuk ke dalam suatu simpul sementara pada graf berarah tidak ada panah tersebut.

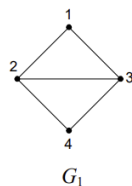


Gambar 2.3 Kiri: tak-berarah; Kanan: graf berarah
(Sumber : informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir)

C. Terminologi pada Graf

Ketetangaan (*adjacent*)

Ketetangaan adalah suatu istilah untuk menunjukkan dua simpul yang terhubung langsung dengan suatu sisi. Pada graf G_1 di bawah ini, simpul 1 bertetangga dengan simpul 2.



Gambar 2.4 graf G_1

(Sumber : informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir)

Bersisian (*indacency*)

Bersisian adalah istilah untuk graf untuk sisi yang menghubungkan simpul secara langsung. Pada graf G_1 di atas, sisi (1, 2) bersisian dengan simpul 1 dan simpul 2. Sementara itu, sisi (3, 4) bersisian dengan simpul 3 dan simpul 4.

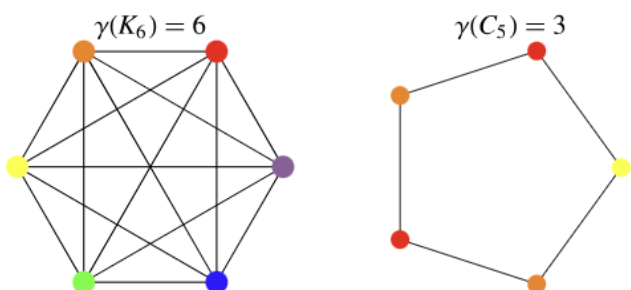
Derajat (*degree*)

Pada graf, derajat menunjukkan banyaknya sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Derajat suatu simpul dinotasikan dengan $d(v)$. Semisal, pada graf G_1 , derajat simpul 1 adalah $d(1) = 2$ dan derajat simpul 2 adalah $d(2) = 3$.

D. Pewarnaan graf

Dalam sebuah graf, sisi graf menunjukkan suatu hubungan yang antara dua simpul. Terkadang pewarnaan ini menunjukkan hubungan-hubungan yang tidak diinginkan. Untuk menghasilkan himpunan simpul-simpul yang tidak saling berhubungan, dapat digunakan pewarnaan graf. Pewarnaan graf merupakan suatu prinsip yang dilakukan untuk mewarnai graf sehingga simpul yang bertetangga tidak akan memiliki warna yang sama. Pewarnaan graf seringkali digunakan dalam sistem penjadwalan dan penyimpanan.

Pewarnaan graf menghasilkan suatu bilangan kromatis. Bilangan kromatis adalah angka terkecil yang merepresentasikan jumlah warna yang dibutuhkan untuk mewarnai semua simpul pada graf sehingga dua simpul yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama. Suatu graf yang memiliki bilangan kromatis sebanyak k dilambangkan dengan $\gamma(G) = k$.



Gambar 2.5 Contoh pewarnaan graf dan bilangan kromatis

(Sumber : mathworld.wolfram.com)

Beberapa graf tertentu, memiliki ketentuan bilangan kromatis yang tetap, yaitu sebagai berikut:

- Graf lengkap K_n memiliki bilangan kromatis n karena semua simpul terhubung.
- Graf bipartit $K_{m,n}$ memiliki bilangan kromatis 2, masing-masing untuk simpul di himpunan V_1 dan himpunan V_2 .
- Graf lingkaran dengan n ganjil memiliki bilangan kromatis 3 sedangkan dengan n genap memiliki bilangan kromatis 2.
- Sembarang pohon T memiliki bilangan kromatis 2.

E. Algoritma Welsh-Powell

Untuk menghasilkan bilangan kromatis, dapat digunakan algoritma Welsh-Powell sebagai prosedur pewarnaan graf. Algoritma Welsh-Powell mewarnai simpul berdasarkan urutan derajat simpul terbesar, atau yang dikenal dengan *Largest Degree Ordering*. Langkah-langkah untuk melakukan algoritma Welsh-Powell adalah sebagai berikut:

- Urutkan derajat setiap simpul berdasarkan derajat paling besar.
- Warnai simpul pertama pada urutan (derajat terbesar) dengan warna pertama.
- Lanjutkan pewarnaan dengan warna yang sama pada simpul urutan berikutnya yang tidak bertetangga dengan simpul yang berwarna sama.
- Ulangi langkah tersebut sesuai urutan.

F. Prinsip Sarang Merpati

Pada teori kombinatorika, terdapat prinsip yang menentukan jumlah tempat minimal untuk menempatkan lebih dari 1 objek yang sama pada semua tempat. Prinsip ini bernama prinsip sarang merpati. Jika $n+1$ objek ditempatkan pada tempat sebanyak n buah, akan terdapat satu kotak yang berisi objek berjumlah lebih dari 1. Prinsip ini sebatas menjelaskan objek-objek yang ada, tidak menjelaskan cara mencari objek atau jumlah objek secara pasti. Prinsip ini juga tidak menjelaskan tempat mana saja yang lebih dahulu terisi lebih dari satu objek.

III. METODOLOGI

A. Pengumpulan data

Dalam makalah ini, data yang akan digunakan untuk pengaplikasian adalah klub yang lolos ke babak grup UEFA Champions League 2023/24. Pada edisi ini terdapat 32 klub yang lolos. Berikut adalah data klub yang lolos dan telah dibagi berdasarkan *pot* kekuatan.

No	Pot	Klub	Negara
1	1	Manchester City	Inggris
2		Sevilla	Spanyol
3		Barcelona	Spanyol
4		Napoli	Italia

5		Bayern Munich	Jerman
6		Paris Saint-Germain	Prancis
7		Benfica	Portugal
8		Feyenoord	Belanda
9	2	Real Madrid	Spanyol
10		Manchester United	Inggris
11		Inter Milan	Italia
12		Borussia Dortmund	Jerman
13		Atletico Madrid	Spanyol
14		RB Leipzig	Jerman
15		FC Porto	Portugal
16		Arsenal	Inggris
17	3	Shakhtar Donetsk	Ukraina
18		RB Salzburg	Austria
19		AC Milan	Italia
20		Braga	Portugal
21		PSV Eindhoven	Belanda
22		Lazio	Italia
23		Red Star Belgrade	Serbia
24		FC Copenhagen	Denmark
25	4	Young Boys	Swiss
26		Real Sociedad	Spanyol
27		Galatasaray	Turki
28		Celtic	Skotlandia
29		Newcastle United	Inggris
30		Union Berlin	Jerman
31		Antwerp	Belgia
32		Lens	Prancis

Tabel 3.1 daftar tim yang lolos UEFA Champions League 2023

B. Keberhasilan metode

Dalam penentuan klub yang dapat lolos ke fase grup UEFA Champions League, suatu negara maksimal mengirimkan 6 klub dengan rincian 4 berdasarkan klasemen, 1 dari juara UEFA Champions League, dan 1 dari juara UEFA European League. Sementara itu, pada fase grup, 32 tim akan dibagi menjadi 8 grup. Dua atau lebih klub dari *pot* kekuatan dan negara yang sama tidak boleh berada pada satu grup.

Pembagian grup akan gagal jika terdapat klub dengan kesamaan pada grup yang sama. Pada prinsip sarang merpati,

merpati adalah klub dengan kesamaan *pot* atau negara asal. Dengan demikian, merpati yang lebih dari satu pada suatu tempat harus dihindari.

Untuk memastikan suatu grup pasti memiliki dua tim atau lebih yang memiliki kesamaan, sesuai prinsip sarang merpati, maka diperlukan $n + 1$ tim yang memiliki kesamaan. Dengan n adalah jumlah grup, maka diperlukan 9 tim yang memiliki kesamaan sehingga pembagian 8 grup tidak memungkinkan. Jumlah kesamaan klub terbanyak berdasarkan negara adalah 6 dan jumlah kesamaan klub berdasarkan klub adalah 8 untuk semua klub sehingga prinsip sarang merpati tidak terpenuhi. Maka dari itu, dengan jumlah dan karakteristik klub yang lolos, pasti bisa didapatkan 8 grup yang memenuhi syarat grup UEFA Champions League.

C. Pemodelan Graf

Pada makalah ini, graf digunakan untuk menyatakan hubungan antarklub. Masing-masing klub dapat memiliki suatu kesamaan dengan klub lain sehingga syarat grup yang didapatkan oleh suatu klub adalah harus menghindari klub dengan kesamaan. Kesamaan tersebut dapat berupa kesamaan negara atau kesamaan *pot* kekuatan.

Pada graf ini, masing-masing klub akan digambarkan sebagai simpul sehingga terdapat 32 simpul yang berbeda. Selain itu, hubungan kesamaan negara atau *pot* kekuatan antara 2 klub digambarkan sebagai sisi dari simpul tersebut. Karena sebuah tim tidak mungkin berada di satu grup dengan dirinya sendiri, tidak akan ada kasus sebuah simpul memiliki sisi ganda (gelang). Dengan demikian graf yang dihasilkan adalah graf sederhana.

Nomor klub	Relasi dengan klub lain	Jumlah
1	2,3,4,5,6,7,8,10,16,29	10
2	1,3,4,5,6,7,8,9,13,26	10
3	1,2,4,5,6,7,8,9,13,26	10
4	1,2,3,5,6,7,8,11,19,22	10
5	1,2,3,4,6,7,8,12,14,30	10
6	1,2,3,4,5,7,8,32	8
7	1,2,3,4,5,6,8,15,20	9
8	1,2,3,4,5,6,7,21	8
9	2,3,10,11,12,13,14,15,16,26	10
10	1,9,11,12,13,14,15,16,29	9
11	4,9,10,12,13,14,15,16,19,22	10
12	5,9,10,11,13,14,15,16,30	9
13	2,3,9,10,11,12,14,15,16,26	10
14	5,9,10,11,12,13,15,16,30	9
15	7,9,10,11,12,13,14,16,20	9
16	1,9,10,11,12,13,14,15,29	9

17	18,19,20,21,22,23,24	7
18	17,19,20,21,22,23,24	7
19	4,11,17,18,20,21,22,23,24	9
20	7,15,17,18,19,21,22,23,24	9
21	8,17,18,19,20,22,23,24	8
22	4,11,17,18,19,20,21,23,24	9
23	17,18,19,20,21,22,24	7
24	17,18,19,20,21,22,23	7
25	26,27,28,29,30,31,32	7
26	2,3,9,13,25,27,28,29,30,31,32	11
27	25,26,28,29,30,31,32	7
28	25,26,27,29,30,31,32	7
29	1,10,16,25,26,27,28,30,31,32	10
30	5,12,14,25,26,27,28,29,31,32	10
31	25,26,27,28,29,30,32	7
32	6,25,26,27,28,29,30,31	8

Tabel 3.2 Relasi kesamaan *pot* dan negara asal setiap klub

Tabel di atas menunjukkan jumlah kesamaan yang dimiliki setiap klub. Dapat diketahui bahwa tim dengan kesamaan terbanyak adalah Real Sociedad (24) sebanyak 11 kesamaan. Hal ini disebabkan *pot* kekuatan Real Sociedad dan jumlah klub-klub satu negara yang lolos grup penyisihan. Real Sociedad berasal dari negara Spanyol. La Liga (Liga Spanyol) memiliki jatah klub yang lolos UEFA Champions League sebanyak 4 klub. Namun pada edisi ini terdapat 5 tim yang lolos, lebih banyak dari liga lain. Tim-tim tersebut adalah Sevilla, Barcelona, Real Madrid, Atletico Madrid, dan Real Sociedad. La Liga memiliki jumlah klub lolos lebih banyak dari pada liga lainnya karena Sevilla yang menjuarai UEFA European League pada musim 2022/23 serta posisi Sevilla yang berada di luar 4 besar (zona Champions League) klasemen La Liga 2022/23. Berbeda dengan Inggris yang memiliki juara UEFA Champions League (langsung lolos ke penyisihan tahun berikutnya), yaitu Manchester City tetapi sekaligus berada di posisi pertama klasemen 2022/23.

Dengan pewarnaan menggunakan algoritma Welsh-Powell, Real Sociedad adalah klub pertama yang diberi warna. Selanjutnya, pewarnaan dilanjutkan dengan klub dengan kesamaan berjumlah 10, 9, dan 8 serta mengikuti aturan perbedaan warna pada klub yang memiliki kesamaan.. Dengan demikian, akan didapatkan hasil pewarnaan sebagai tabel di bawah.

No Klub	Jum	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
26	11	A	A	A	A	A	A	A	A

1	10	A	A	A	A	A	A	A	A
2	10	-	B	B	B	B	B	B	B
3	10	-	-	C	C	C	C	C	C
4	10	-	-	-	D	D	D	D	D
5	10	-	-	-	-	E	E	E	E
9	10	-	-	-	D	D	D	D	D
11	10	A	A	A	A	A	A	A	A
13	10	-	-	-	-	E	E	E	E
29	10	-	B	B	B	B	B	B	B
30	10	-	-	C	C	C	C	C	C
7	9	-	-	-	-	-	F	F	F
10	9	-	-	C	C	C	C	C	C
12	9	-	B	B	B	B	B	B	B
14	9	-	-	-	-	-	F	F	F
15	9	-	-	-	-	-	-	G	G
16	9	-	-	-	-	-	-	-	H
19	9	-	B	B	B	B	B	B	B
20	9	A	A	A	A	A	A	A	A
22	9	-	-	C	C	C	C	C	C
6	8	-	-	-	-	-	-	G	G
8	8	-	-	-	-	-	-	-	H
21	8	-	-	-	D	D	D	D	D
32	8	-	-	-	D	D	D	D	D
17	7	-	-	-	-	E	E	E	E
18	7	-	-	-	-	-	F	F	F
23	7	-	-	-	-	-	-	G	G
24	7	-	-	-	-	-	-	-	H
25	7	-	-	-	-	E	E	E	E
27	7	-	-	-	-	-	F	F	F
28	7	-	-	-	-	-	-	G	G
31	7	-	-	-	-	-	-	-	H

Tabel 3.3 Proses pewarnaan dengan Algoritma Welsh-Powell

Pada tabel 3.3, klub telah diurutkan berdasarkan jumlah kesamaan dengan klub lain dan urutan nomor klub. Nomor klub mengikuti penomoran pada tabel 3.1. Kolom *jum* merupakan jumlah klub lain yang memiliki kesamaan dengan klub yang bersangkutan. Sementara itu P_i menunjukkan urutan

pewarnaan. Huruf A-H menunjukkan delapan warna yang berbeda. Maka, bilangan kromatis graf ini adalah delapan.

Dari metode pewarnaan ini, didapatkan delapan grup yang berbeda. Dengan demikian, pembagian grup yang didapatkan adalah:

Grup A	R. Sociedad	M. City	Int. Milan	Braga
Grup B	Sevilla	Newcastle	Dortmund	AC Milan
Grup C	Barcelona	U. Berlin	M. United	Lazio
Grup D	Napoli	R. Madrid	PSV	Lens
Grup E	B. Munich	Atletico	Shakhtar	Young B.
Grup F	Benfica	RB Leipzig	RB Salzburg	Galatasaray
Grup G	Porto	PSG	Red Star B.	Celtic
Grup H	Arsenal	Feyenoord	Copenhagen	Antwerp

Tabel 3.4 Hasil grup

Sebagai pembuktian, akan diambil grup A, grup F, dan grup H untuk membuktikan validitas metode ini. Grup A dihuni oleh Real Sociedad (*pot* 4 - Spanyol), Manchester City (*pot* 1 - Inggris), Inter Milan (*pot* 2 - Italia) dan Braga (*pot* 3 - Portugal). Grup F dihuni oleh Benfica (*pot* 1 - Portugal), RB Leipzig (*pot* 2- Jerman), RB Salzburg (*pot* 3 - Austria) dan Galatasaray (*pot* 4 - Turki). Grup H dihuni oleh Arsenal (*pot* 2 - Inggris), Feyenoord (*pot* 1 - Belanda), Copenhagen (*pot* 3 - Denmark), dan Antwerp (*pot* 4 - Belgia). Maka dari itu, metode ini valid menghasilkan delapan grup yang masing-masing beranggotakan empat klub yang berasal dari negara dan *pot* kekuatan yang berbeda.



Gambar 3.1 Pembagian grup UEFA Champions League 2023

(Sumber : marca.com)

Jika dibandingkan dengan grup yang benar-benar diundi pada 2023/24, hasil grup dengan Algoritma Welsh-Powell menghasilkan pembagian yang berbeda. Hal ini disebabkan Algoritma Welsh-Powell sangat bergantung pada urutan pendefinisian klub. Posisi klub dengan derajat simpul yang sama dapat menentukan simpul mana yang diwarnai terlebih dahulu sehingga menghasilkan anggota grup yang berbeda untuk seluruh grup.

D. Program visualisasi

Pada makalah ini, turut juga dibuat suatu program yang dapat digunakan untuk secara otomatis menghasilkan pembagian grup dengan syarat yang terpenuhi dengan Algoritma Welsh-Powell. Program ini akan secara langsung menuliskan hasil pembagian grup serta menghasilkan visualisasi graf yang telah diwarnai.

Program dibuat menggunakan bahasa python. Program ini menggunakan beberapa *library* yang tersedia di python. *Library* *itertools* digunakan untuk menghasilkan semua kombinasi yang ada pada list klub yang berasal dari *pot* kekuatan atau negara yang sama. Kombinasi ini akan ditambahkan menjadi sisi graf. *Library* *networkx* digunakan untuk mempermudah menyatakan simpul dan sisi pada graf. Lalu *library* *matplotlib* digunakan untuk melakukan visualisasi dari graf.

Pada awalnya seluruh klub dinyatakan dengan dua list dua dimensi. List yang pertama untuk menyatakan klub berdasarkan *pot* kekuatan dan list yang kedua untuk menyatakan klub berdasarkan kesamaan negara. Lalu semua klub tersebut dinyatakan sebagai simpul-simpul agar dapat dihubungkan satu dengan yang lain untuk menyatakan kesamaan *pot* kekuatan atau negara asal.

```
clubs_by_pot = [
    ['Manchester City', 'Sevilla', 'Barcelona', 'Napoli',
     'Bayern Munich', 'PSG', 'Benfica', 'Feyenoord'],
    ['Real Madrid', 'Manchester United', 'Inter Milan', 'Borussia Dortmund',
     'Atletico Madrid', 'RB Leipzig', 'Porto', 'Arsenal'],
    ['Shakhtar Donetsk', 'RB Salzburg', 'AC Milan', 'Braga',
     'PSV Eindhoven', 'Lazio', 'Red Star Belgrade', 'Copenhagen'],
    ['Young Boys', 'Real Sociedad', 'Galatasaray', 'Celtic',
     'Newcastle United', 'Union Berlin', 'Antwerp', 'Lens']
]

clubs_by_country = [
    ['Arsenal', 'Manchester City', 'Manchester United', 'Newcastle United'],
    ['Atletico Madrid', 'Barcelona', 'Real Madrid', 'Real Sociedad', 'Sevilla'],
    ['Bayern Munich', 'Borussia Dortmund', 'RB Leipzig', 'Union Berlin'],
    ['AC Milan', 'Inter Milan', 'Lazio', 'Napoli'],
    ['Lens', 'PSG'],
    ['RB Salzburg'],
    ['Feyenoord', 'PSV Eindhoven'],
    ['Benfica', 'Braga', 'Porto'],
    ['Antwerp'],
    ['Copenhagen'],
    ['Galatasaray'],
    ['Celtic'],
    ['Red Star Belgrade'],
    ['Young Boys'],
    ['Shakhtar Donetsk']
]
```

Gambar 3.2 Pendefinisian klub

Pada program ini, Algoritma Welsh-Powell diimplementasikan pada function *welsh_powell*. Fungsi ini menerima suatu graf untuk menghasilkan sebuah *dictionary* yang memetakan nama klub dengan warna yang didapatkan. Pada awalnya setiap simpul diurutkan berdasarkan derajat simpul tersebut. Lalu semua tetangga yang dimiliki setiap simpul ditinjau untuk menghasilkan sebuah *set* warna-warna yang dimiliki oleh simpul tersebut. Jika simpul tetangga sudah berwarna, warna tersebut akan dimasukan ke set tersebut sehingga dapat ditinjau warna apa saja yang sudah dimiliki tetangga. Akan dilakukan pencarian warna tersebut dengan *while loop* dengan iterator berupa suatu angka yang menyatakan sebuah warna. Pada akhirnya, warna yang didapatkan simpul tersebut akan dimasukan ke *dictionary* awal.

```
def welsh_powell(graph):
    sorted_nodes = sorted(graph.nodes(), key=lambda n: graph.degree(n), reverse=True)
    coloring = {}
    for node in sorted_nodes:
        neighbor_colors = set()
        for nb in graph.neighbors(node):
            if nb in coloring:
                neighbor_colors.add(coloring[nb])
        color = 0
        while color in neighbor_colors:
            color += 1 #mencari warna yang belum ada pada tetangga
        coloring[node] = color
    return coloring
```

Gambar 3.3 fungsi welsh_powell

Untuk menghasilkan teks, hasil pewarnaan pada hasil penggunaan fungsi welsh_powell diiterasi ulang untuk dikelompokkan berdasarkan simpul yang berwarna sama. Data ini akan disimpan pada sebuah *set* yang memetakan warna ke klub-klub dengan warna yang sama. Lalu, semua klub berdasarkan warna tersebut akan ditampilkan pada terminal. Sementara itu, untuk menghasilkan visualisasi, digunakan *library* matplotlib.

Berikut adalah hasil program tersebut.

```
Grup 1: ['Real Sociedad', 'Manchester City', 'Inter Milan', 'Braga']

Grup 2: ['Sevilla', 'Newcastle United', 'Borussia Dortmund', 'AC Milan']

Grup 3: ['Barcelona', 'Union Berlin', 'Manchester United', 'Lazio']

Grup 4: ['Napoli', 'Real Madrid', 'PSV Eindhoven', 'Lens']

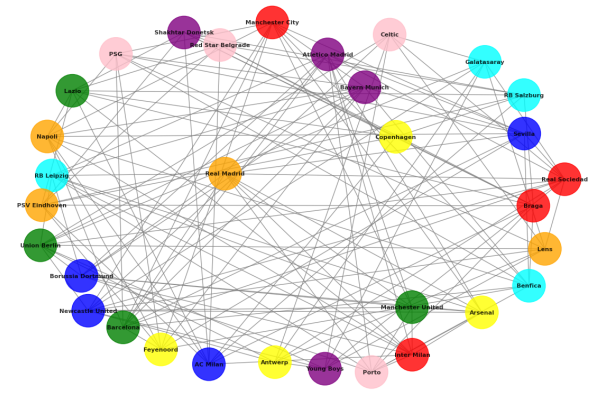
Grup 5: ['Bayern Munich', 'Atletico Madrid', 'Shakhtar Donetsk', 'Young Boys']

Grup 6: ['Benfica', 'RB Leipzig', 'RB Salzburg', 'Galatasaray']

Grup 7: ['Porto', 'PSG', 'Red Star Belgrade', 'Celtic']

Grup 8: ['Arsenal', 'Feyenoord', 'Copenhagen', 'Antwerp']
```

Berdasarkan hasil menjalankan program tersebut, grup yang dihasilkan adalah sama dengan pewarnaan secara manual (tabel 3.3). Perbedaan dari program ini dengan pewarnaan manual adalah urutan pewarnaanya. Pada cara manual, pewarnaan akan berfokus pada simpul-simpul yang tidak bertetangga terlebih dahulu. Sementara itu, pada program, pewarnaan akan berfokus sesuai urutan simpul dengan tetangga paling banyak.



Gambar 3.2 Visualisasi pewarnaan graf

IV. KESIMPULAN

Makalah ini menyajikan aplikasi teori graf untuk menghasilkan pembagian grup UEFA Champions League pada format lama. Dengan syarat pembuatan grup (berbeda negara dan *pot* kekuatan), penggunaan metode pewarnaan graf merupakan metode yang efektif dan terbukti pasti menghasilkan grup yang memenuhi syarat. Klub-klub yang ada direpresentasikan dengan simpul-simpul sementara sisi pada graf menunjukkan kesamaan *pot* atau negara antarklub yang perlu dihindari dalam pembagian grup. Walaupun pada kenyataanya pembagian grup format lama dilakukan dengan pengambilan undian pada sebuah wadah, pendekatan dengan Algoritma Welsh-Powell dapat menjadi salah satu alternatif untuk menghasilkan pembagian grup yang sesuai syarat dan cepat. Hal tersebut didukung dengan program yang telah dibuat. Dalam hitungan detik, program langsung membagi seluruh 32 klub menjadi 8 grup yang memenuhi syarat. Tentunya pendekatan ini terbuka untuk pengembangan yang lebih kompleks seperti syarat pembagian yang lebih banyak dan pembuatan kombinasi anggota grup yang lebih beragam.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih dan syukur penulis sampaikan kepada Tuhan Yang Maha Esa sehingga penulis mendapat kesempatan untuk mengambil kuliah IF1220 Matematika Diskrit serta mengerjakan makalah ini. Terima kasih juga penulis sampaikan kepada dosen pengampu mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. serta pihak - pihak yang telah membantu dalam keberjalanan pembuatan makalah ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Goal. (2023, 31 Agustus). *Champions League seeding pots: How 2023-24 group stage draw is shaping up*. goal.com [Diakses pada: 17 Juni 2026]
- [2] Munir, Rinaldi. "http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/" [Diakses pada: 13 Juni 2026].
- [3] Weisstein, Eric W. "Chromatic Number." Dari *MathWorld--A Wolfram Resource*. <https://mathworld.wolfram.com/ChromaticNumber.html> [Diakses pada: 17 Juni 2026]

LAMPIRAN

Tautan repository Github :

<https://github.com/soepoetra/Pembagian-Grup-UCL-dengan-Welsh-Powell>

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 19 Juni 2026

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Gede Pranajayanta Suputra', with a long horizontal stroke extending to the right.

Gede Pranajayanta Suputra
13525099